

La matemática: Certeza y Verdad

Camino Cañón Loyes

El lenguaje matemático actual nos confronta con una Matemática en la que la VERDAD de sus proposiciones parece reducirse a la validez de las mismas dentro de un sistema formal. Por otra parte, ciertas corrientes en boga hablan de pérdida de la certeza y dan a la Matemática el estatuto epistemológico de una ciencia natural. Al análisis crítico de estas cuestiones sigue el enunciado de nuestro propio planteamiento. Diferenciamos tres niveles de la verdad matemática: ontológico, cognoscitivo y lingüístico-formal; asignamos un nuevo lugar a la certeza y afirmamos la irreductibilidad de la Matemática al estatuto de las ciencias empíricas.

La modernidad desplazó la pregunta por la Verdad matemática a la pregunta por el conocimiento cierto que sus proposiciones proporcionaban y que su método, el axiomático euclídeo, aseguraba. La matemática se convirtió en el paradigma del conocimiento cierto y su método, el garante de la construcción del mismo.

Este planteamiento centró la indagación acerca de la fundamentación de esa certeza en la naturaleza de los axiomas y definiciones empleadas en la construcción del edificio. La argamasa estaba asegurada por los nexos deductivos que retransmitían la certeza otorgada a las definiciones y axiomas que encabezaban las demostraciones de teoremas. Estos alcanzaban de este modo el mismo estatuto que las definiciones y axiomas: ningún ser racional puede dudar fundadamente de la verdad por ellos expresada. Pero ¿qué entienden por *Verdad* de esas proposiciones matemáticas quienes defienden el carácter de conocimiento cierto propio de ellas?

Quienes comparten la tesis de la certeza del conocimiento matemático atribuyen dos propiedades fundamentales a sus proposiciones: la necesidad y la universalidad. Son necesarias porque la razón no puede concebirlas de otro modo, y la experiencia no puede falsarlas. Son universales porque trascienden sujetos, tiempo y culturas. Decir que la razón no puede concebirlas de otro modo, no tiene, sin embargo, una significación unívoca, y los autores han interpretado esta convicción de maneras diversas. Leibniz lo entenderá según el principio de no contradicción: la negación de una proposición matemática lleva a una con-

tradición que la razón no puede aceptar. En eso consiste el carácter analítico propio de las Verdades de razón. Kant, sin embargo, critica la solución leibniziana¹ y en su lugar ofrece su propia teoría según la cual las proposiciones matemáticas son construcciones sintéticas a priori del sujeto trascendental².

Han sido estos dos autores, Leibniz con el principio de contradicción y Kant ofreciendo la intuición pura como garante de la necesidad de los juicios matemáticos, los que han servido de apoyo a las Escuelas de Fundamentación de la Matemática, que ocuparon el panorama de la Filosofía de la Matemática desde la crisis de la Geometría euclídea hasta el comienzo de la segunda mitad del siglo XX.

Decíamos al comienzo que los puntos de apoyo del edificio eran definiciones y axiomas pues el método axiomático de Euclides aseguraba el resto. Si la certeza leibniziana apelaba a los principios de no contradicción y de identidad, y con ellos a las ideas innatas, y la kantiana al apriori de la intuición pura, liberando en ambos casos a la Matemática de la sospecha de contingencia que la referencia a la experiencia pudiera ocasionarle, el logicismo, formalismo e intuicionismo reformarán sus referencias, pero mantienen firme su rechazo de la experiencia como instancia epistemológicamente relevante para la Matemática.

El tema de la certeza, centrado en el sujeto que conoce, estaba ausente del tratamiento que de la relación verdad-necesidad de las proposiciones matemáticas hiciera la tradición griega y los padres de la ciencia moderna. La verdad no tuvo en ellos una significación unívoca, pero remitía a una realidad ontológicamente configurada. El platonismo precisaba de un mundo preexistente de formas y la verdad de las proposiciones quedaba garantizada para expresar éstas las relaciones existentes entre aquellas. El pitagorismo, por su parte, posibilitó una comprensión de la verdad matemática, porque el lenguaje de ésta expresaba el ser mismo de la realidad. Dos mundos eran necesarios en el primer caso, sólo un mundo era suficiente en el segundo para asegurar la necesidad de las proposiciones matemáticas, pues no era ésta otra cosa que la expresión de la necesidad que regía en los mundos a los que daban acceso. Necesidad y verdad estaban unidos por los lazos de la ontología. En el marco de la modernidad racionalista y kantiana, ambas —necesidad y verdad— se enraizan en un sujeto capaz de generar un conocimiento no basado en la experiencia. Un conocimiento que será considerado *cierto*. Pero, también con la modernidad, adquiere ciudadanía una tradición empirista que si bien al comienzo reserva un estatuto de necesidad a las proposiciones matemáticas, el desarrollo de sus propios supuestos concluirá con la crítica y el rechazo del carácter necesario atribuido a éstas y con la renuncia al carácter cierto otorgado a su conocimiento. Certeza, necesidad y verdad tienen una articulación en esta tradición y particularmente en la obra de J. S. Mill, distante y distinta de las mencionadas anteriormente: no hay necesidad,

¹ Cfr. KANT, I.: *KrV*, A9/B14-16.

² Cfr. KANT, I.: *KrV*, B20

sino la deductiva, la certeza es producto del hábito y la verdad no es de rango diferente que la de las otras ciencias³.

Para contemplar con perspectiva las distintas posiciones parece conveniente introducir aquí una reflexión acerca de la Verdad matemática, apoyándonos por un lado en las repercusiones que el avance de la Matemática ha tenido para el tema, y por otro, en la tipología al uso de las teorías de la verdad en la literatura de Teoría de la ciencia. Es claro que quienes pensaron el tema antes de la crisis de la geometría euclídea dispusieron de un marco teórico radicalmente distinto de quienes reflexionaron sobre él cuando la existencia de las geometrías alternativas era un dato asumido. O quienes, como Frege, ofrecieron su reflexión antes del hallazgo de la paradoja de Russell en la Teoría de Conjuntos, han de diferir de quienes lo hicieron después. El teorema de Gödel de 1931 sobre la incompletitud de la Aritmética de Peano, marca un hito que obliga también a resituarse lo que pudo ser dicho antes de obtenerse y lo que es posible decir después.

Por otra parte, hablar de verdad, aunque sea de verdad matemática, remite a discursos diversos y no reducibles entre sí. Mencionaremos básicamente tres: la verdad como correspondencia, la verdad como coherencia/consistencia, y la verdad como utilidad.

Rastreo por las teorías de la verdad

Reservar VERDAD para lenguajes que remitan a la realidad y sea el contraste con ella el elemento decisivo del valor de verdad (V ó F) asignable, se enmarca en una tradición recogida por la llamada Teoría de la correspondencia. Aristóteles, sin pretensión de tematizar la cuestión, lo expresó así: «decir de lo que es, que es, y de lo que no es, que no es»⁴. Lo dicho por el lenguaje merece recibir el atributo «verdad» si remite a una realidad externa al propio lenguaje y a las reglas que lo rigen. Dentro de una gama importante de matices, las posibilidades que desde Aristóteles al *Tractatus* se reconocen en este planteamiento entienden la verdad como correspondencia.

Las otras dos teorías que consideraremos aquí son las conocidas como Teoría de la Coherencia y Teoría pragmática de la verdad. Cada una de ellas tiene innumerables matices y diversidad de valedores, pero para nuestro propósito basta centrarnos en lo que constituye su caracterización más general, para contemplar desde ahí la cuestión que nos ocupa de la Verdad matemática.

La Teoría de la coherencia considera que una proposición es verdadera, cuando es «coherente» con el conjunto de proposiciones del sistema al que pertenece. Qué signifique coherente y cómo caracterizarlo es la principal objeción

³ Cfr. MILL, J. S.: *System of Logic*; 1843. Pueden encontrarse pasajes en el libro II, cap. V, en que trata el autor el tema de la demostración y las verdades necesarias. Véase en especial, los números 1 y 6.

⁴ ARISTÓTELES: *Metafísica*, I 7. 1011 b 26-28.

a esta teoría. En el caso de la Matemática, sin embargo, esta objeción es fácilmente superable. Coherencia en este contexto puede ser identificada con consistencia; y este concepto sí es preciso. Analizaremos su alcance después de haber introducido la tercera de las teorías mencionadas, la pragmática.

Ser verdadero en la perspectiva pragmática consiste en ser útil. La verdad puede ser así gradual: una teoría puede desplazar a otra si resulta ser más útil que la anterior, es decir, si da cuenta de los mismos hechos que la primera y, además, tiene capacidad para explicar otros que la anterior no hacía. La verdad, pues, no resulta ser intrínseca a las proposiciones, sino que se reconoce por sus consecuencias. La Matemática es verdadera porque con ella se ha podido desarrollar la ciencia y la técnica de la civilización occidental.

Veamos de qué manera la historia misma de la matemática ha ido llevando a la consideración de las perspectivas teóricas mencionadas como marcos plausibles para dar cuenta del tema de la verdad.

El planteamiento de la verdad matemática heredado por los iniciadores de la ciencia moderna era de corte pitagórico-platónico: el conocimiento del mundo estaba posibilitado por la Matemática, porque el mundo natural estaba escrito con caracteres matemáticos. Esta posición claramente expresada en los escritos de Copérnico, Kepler y Galileo, perduró hasta el nacimiento de las Geometrías no euclídeas al final de la primera mitad del siglo XIX. La verdad matemática quedaba explicada por la teoría de la correspondencia. Era un lenguaje poderoso capaz de expresar las relaciones entre fenómenos de la naturaleza, «decir de lo que es, que es, y de lo que no es, que no es», con una acepción específica del verbo ser, la propia del simbolismo matemático³.

Los años centrales del siglo XIX protagonizan un cambio profundo en el estatuto epistemológico y ontológico de la Matemática. El cambio viene producido por la actividad entre áreas principales: análisis, geometría y teoría de números. Desde estos tres frentes se abrirá el acceso a un reconocimiento de los entes matemáticos representados por símbolos vacíos y regidos por reglas aparentemente arbitrarias. Hilbert en el cambio de siglo intentará resolver el problema ontológico planteado por este estado de cosas, reemplazándolo por una propuesta metodológica.

Veamos someramente los hitos de estos cambios que llevarán al abandono de la teoría de la correspondencia como sustentadora de la concepción de la verdad matemática. En la primera mitad del siglo XIX asistimos al resultado

³ En la polémica generada en torno a la «Revolución Copernicana», hay indicios de otra concepción cercana a la que hoy entenderíamos por pragmática. En la célebre propuesta de Osiander y luego de Belarmino, de mirar la Teoría de Copérnico no como una lectura de lo que la realidad es, sino como un modelo matemático que «salva las apariencias», es decir, que da cuenta de los datos de observación recogidos. Puede verse el mismo prólogo a la obra de Copérnico: *Sobre las Revoluciones de los Orbes Celestes*; Editora Nacional, 1982. La misma idea de concebir la teoría copernicana como mero modelo matemático fue defendida por el célebre Físico y Filósofo de la ciencia francés, Pierre DUHEM. Véase por ejemplo el estudio que sobre este autor ha hecho JAKI, S. L.: *Uneasy genius: the life and work of Pierre Dubem*. Nijhoff, Dordrecht, 1984.

más revolucionario obtenido en Geometría desde que Euclides escribiera los *Elementos*: El hallazgo o invención de las geometrías del ángulo agudo y del ángulo obtuso⁶.

El proceso de búsqueda de una solución al cuestionamiento de la independencia del quinto postulado euclídeo es tan largo como duración histórica tiene el mismo postulado. La creación de las nuevas Geometrías lleva consigo un cambio epistemológico profundo radicado en una evidencia: no hay relación 1-1 entre la geometría y el mundo físico. La Matemática proporciona modelos para aprehender con ellos los fenómenos del mundo físico. A las proposiciones de la Matemática no se les atribuye ya el predicado «verdad» y en su lugar aparecerá el de «validez», es decir «valen» en relación al sistema en el que han sido demostradas. Ya no es la Naturaleza quien sanciona los resultados de la Matemática, sino la coherencia interna del sistema. Los términos habrán de ser definidos dentro del propio sistema.

En el campo del Análisis, por su parte, sucede algo similar. La herencia de un Cálculo Infinitesimal cultivado exitosamente en el siglo XVIII en íntima conexión con problemas planteados por la Física —el problema de la cuerda vibrante, p. e.—, y el auge de la misma Física newtoniana que sigue proporcionando problemas de cálculo, hace que la vinculación del análisis con la Física sea aún el único ángulo de visión para algunos. Sin embargo, la nueva generación de analistas franceses se rebela contra la autoridad de Fourier, creador de la ecuación del calor, con una convicción pitagorista de la Matemática, y reivindican la categoría de problemas de análisis, para cuestiones relacionadas con las series de funciones que, inicialmente al menos, no tuvieran apoyo directo en la Física. El Análisis deja de ocuparse de relaciones entre cantidades, para ocuparse de relaciones entre símbolos, como certeramente expresara Boole en el prólogo a su obra *El Análisis Matemático de la Lógica* (1847)⁷.

Estos cambios profundos sustituyen la visión sostenida de una correspondencia entre Matemáticas y mundo natural por una perspectiva inicialmente triunfal que parece reclamar para la Matemática un reino distante de la Naturaleza: se renuncia a la Verdad, entendida al modo clásico de correspondencia, pero se afirma con mayor vehemencia la certeza del conocimiento matemático. Nacen los grandes programas de Fundamentación de la Matemática y se acude a quienes como Leibniz y Kant, no apelaron, para defender el carácter cierto del conocimiento matemático, a la verdad de sus proposiciones, sino que remitie-

⁶ La primera fue creada/descubierta independientemente por Lobatchevsky (1829) y Bolyai (1825, publicada en 1833). La Geometría del ángulo obtuso se debe a Riemann (1854). También Gauss, el príncipe de las Matemáticas, las había encontrado, pero no se atrevió a publicar sus resultados «por miedo a los beocios (kantianos)».

⁷ También los trabajos de teoría de números contribuyeron a configurar los cambios. La búsqueda de justificación para aceptar el número complejo «i» como objeto matemático, fue seguida del descubrimiento de los cuaternios en 1837. Los entes matemáticos se revelan como creaciones no arbitrarias de la mente humana, pues devienen armónicamente insertos en el edificio matemático anterior.

ron al carácter específico de sus proposiciones como productos privilegiados del conocimiento humano. En Leibniz se apoyará el logicismo de Frege y en Kant buscarán legitimidad por diversos caminos Hilbert, para el programa formalista, y Brouwer para el intuicionista. El primero preferirá apelar a un tercer reino de corte platonista para hablar de Verdad en Matemáticas, mientras que el segundo apelará a la consistencia como único criterio de Verdad en la Matemática del infinito.

En la comunicación epistolar entre Frege y Hilbert, se constata como uno de los puntos de desacuerdo fundamental entre ambos, sus posiciones respecto de la verdad⁸. Para Hilbert, verdad y consistencia resultaban ser la misma cosa. Frege reclamaba para la verdad un reino de objetos platónicos, un tercer reino donde las leyes que regían eran las de la Lógica. La verdad era propia de las relaciones existentes entre aquellos objetos, no necesitados para existir de ningún sujeto que los concibiera. Hemos de destacar la posición fregeana que conllevaría al compromiso ontológico anejo a la respuesta: «los objetos matemáticos se descubren, no se crean». Vayamos entonces a extraer las consecuencias relevantes para nuestra reflexión, de la posición de Hilbert.

La consistencia propugnada por Hilbert parecía requerir la existencia de unos «objetos reales» dados a la intuición, respecto de los cuales se exigiera la consistencia de los objetos «ideales», los creados por obra y gracia del lenguaje formal. El teorema de Gödel confirma que, en efecto, las demostraciones absolutas de consistencia no son posibles más que para sistemas matemáticamente irrelevantes. La teoría de conjuntos, envolvente y posibilitante del quehacer matemático contemporáneo, no puede ofrecer una prueba de su propia consistencia. Sin embargo, los resultados obtenibles en los variados sistemas matemáticos actuales serían rechazables si se encontraran en contradicción con los axiomas de la teoría de conjuntos.

Resulta, por tanto, que la verdad matemática sigue escapándose a ser tratada por los puros medios de la lógica. Se puede exigir consistencia, pero eso no agota todo lo que de verdad puede hallarse en la Matemática. El infinito se hace presente una vez más reclamando un estatuto irreductible a la mera lógica formal. La racionalidad matemática incluye la dimensión formal de la lógica, pero la verdad de sus resultados no es expresable por la pura consistencia.

Si las geometrías no euclídeas supusieron la imposibilidad de seguir considerando la verdad matemática como una correspondencia ingenua, el teorema de incompletitud de Gödel sentó límites a la identificación de la verdad con la validez o la consistencia. Los programas de fundamentación no lograron fundamentar la certeza del conocimiento matemático sobre las bases pretendidas y la verdad de las proposiciones matemáticas, a su vez, no parece dejarse aprehender ni por la teoría de la correspondencia, ni por la de la coherencia. Ante este es-

⁸ Véase el tratamiento en este punto en mi artículo «Racionalidad y Lógica», *Pensamiento*, n.º 166, vol. 42 (1986), pp. 129-158.

tado de cosas, la tradición empirista, relegada ante la grandiosidad de los edificios de la fundamentación, entra en escena.

La pérdida de la certeza

La orientación de la Teoría de la Ciencia de la segunda mitad del siglo XX, ha contribuido de manera decisiva a configurar las corrientes de moda actuales en Filosofía de la Matemática. Se habla de «pérdida de la certeza» (Kline), de «Matemáticas sin fundamentos» (Lakatos, Putnam), de «substancialismo factual» (Hao Wang), del «continuo del conocimiento» (Quine), de «epistemologías ad hoc» (Steiner), etc.

De modos diversos, historia y sujeto del quehacer han entrado a formar parte de la concepción del conocimiento matemático.

La herencia empirista más relevante en este punto nos remite a la obra de J. S. Mill. El reducto de la certeza matemática: la necesidad atribuida a axiomas y definiciones como puntos de partida en la aplicación del método axiomático, lo cuestiona de raíz. Tanto axiomas como definiciones son meras generalizaciones de la experiencia obtenidas por inducción⁹. La necesidad no es tal y la certeza se reduce a la fijación por hábito. La Matemática es una ciencia de la Naturaleza que encontró en el Método euclidiano el camino real para su desarrollo. No hay por qué reservarle un estatuto epistemológico distinto del que pueda otorgarse a otras ciencias demostrativas como la Mecánica o la óptica. Hay diferencias importantes entre ellas, pero éstas no justifican el asignar a la Matemática un estatuto de conocimiento cierto que la diferencie radicalmente de las demás¹⁰.

La verdad de la Matemática mantiene así un cierto carácter débil de correspondencia a la que preferimos llamar «adecuación», pues no es tanto una correspondencia con la Naturaleza en cuanto tal, sino una adecuación al desarrollo de las ciencias de la naturaleza, a las cuales sirve como instrumento. Un autor contemporáneo, R. Wilder, lo ha expresado bien, al comentar el asombro que produce en algunos autores, la «unreasonable» efectividad de la Matemática en las ciencias. No le parece a este autor que exista el más mínimo misterio al respecto, «la efectividad, dice, se encuentra en los orígenes culturales comunes de ambas»¹¹.

Adscribirse a este modo de mirar las cosas, permite seguir hablando de verdad en sentido débil de adecuación. En el estudio de un problema físico o de teoría de la comunicación, puede suceder que «todo funciona como si» las conexiones de determinadas entidades estuvieran regidas por este sistema de ecuaciones.

⁹ Cft. MILL, J. S.: *op. cit.*, II, v, 4.

¹⁰ Sobre la división de las ciencias hecha por Mill, puede verse mi artículo: «Ciencia y Fines. Planteamiento metodológico de J. S. Mill», *Miscelánea Comillas*, 47 (1989), pp. 547-565.

¹¹ WILDER, R.: *Mathematics as a Cultural System*, Pergamon, N. Y., 1985, p. 45.

ciones con estas condiciones de contorno o como si los nudos de los grafos constituyeran un grupo conmutativo de orden n .

¿Diríamos que los teoremas que permiten obtener soluciones a ese sistema de ecuaciones son verdaderos porque «funcionan en la realidad», o que la teoría de grupos conmutativos es verdadera porque hay una zona de realidad de la que ella es modelo? Hemos vuelto al *Timeo* platónico, pero no globalmente sino localmente; no de manera absoluta sino provisoria: no hablamos de la naturaleza en su conjunto o de las actividades humanas como un todo, sino de unas concretas para las que pueden existir muchos modelos, aquí se presenta uno, y quizá el modelo encontrado, quizá el GRAN MODELO esconda la posibilidad de otros resultados que aún no existen, pero que pueden llegar a existir y resultar entonces más adecuados a los fenómenos estudiados que nuestro primer hallazgo. Con nuestros modelos no pretendemos conocer el mundo en sí, sino acercarnos lo más posible a él desde los instrumentos conceptuales disponibles para nosotros.

No es pues posible mantener una teoría de la correspondencia al modo clásico: encontrar un modelo matemático para interpretar un fenómeno no es obtener una descripción acabada del fenómeno, pero tampoco porque un resultado matemático resulte ser un modelo para un fenómeno se hace verdadero. *Se hace útil*. Así resulta que el intento de aplicar la Teoría de la correspondencia a la construcción de modelos, nos saca de la correspondencia para llevarnos a la Teoría pragmática de la verdad, a justificar la verdad de un resultado por su utilidad explicativa.

Este modo de dar cuenta de la verdad es claramente parcial e insuficiente. Se sigue fácilmente de la relevancia alcanzada por las teorías presentadas anteriormente. Sin embargo, aporta un elemento importante para la comprensión de la complejidad propia de la Matemática. La Matemática, además de belleza, encierra utilidad, es el instrumento-base de las ciencias empíricas y, a través de ellas, del desarrollo de la técnica y de la civilización occidental en su conjunto.

Concluimos esta parte en la que hemos querido mostrar la complejidad de la Matemática a través, precisamente, de la dificultad que presenta para dejar aprehender lo que encierra de verdad desde una sola perspectiva. Pasamos ahora a ofrecer nuestro propio modo de contemplar el problema.

Los tres niveles de la verdad matemática

Después del recorrido que acabamos de hacer, estamos en condiciones de ofrecer nuestra propia posición. Verdad, necesidad de las proposiciones y certeza del conocimiento hemos de articularlos sin renunciar a la relevancia de la historia en la gestación de la Matemática, pero sin pagar, para ello, un tributo que no podemos pagar: la reducción de la Matemática al nivel de las ciencias empíricas, aunque sea ocupando la posición de honor de «primus inter pares».

Contamos para ello con el legado de la modernidad y la crítica reciente a

esta herencia de certezas de razón. Pero contamos también con el legado griego que vinculaba la necesidad de las proposiciones matemáticas a su propia ontología. Si a ello añadimos la complejidad de la propia Matemática y el giro lingüístico operado en Filosofía, subproducto fecundo de las tareas de fundamentación de la Matemática, estaremos en condiciones de enunciar nuestra propuesta¹². Diferenciamos tres niveles:

1. El ontológico, donde cabe hablar de «verdades necesarias y universales».
2. El cognoscitivo, en el que la verdad aparece como perfectible, porque el sujeto que conoce no siempre capta en su nitidez los nexos de necesidad del nivel 1.
3. El lingüístico-formal, donde la verdad aparece bajo los ropajes de la consistencia.

El nivel 1 aparece configurado como un horizonte de necesidad, donde los nuevos relaciones y objetos no son arbitrariamente incluidos, sino sólo si mantienen unos nexos de necesidad con los anteriormente existentes. La Matemática aparece así como creación de la mente humana en la historia, pero no es una creación libre, ha de ajustarse a la necesidad impuesta por las primeras formaciones. En este sentido, podemos hablar también de descubrimiento y entendemos que esta característica queda plasmada en el carácter acumulativo que la Matemática tiene.

Las «verdades eternas» no son sino las relaciones nuevas que van apareciendo, pero que obedecen a los nexos impuestos por las primeras configuraciones matemáticas. A esto lo denominaremos con Husserl, «a priori de la Historia». Y esta construcción teórica de lo que entendemos por verdades necesarias en Matemáticas, queda objetivada en el nivel 3, en el lenguaje. La plasmación histórica se ha hecho en múltiples lenguajes según tradiciones culturales y momentos, pero todos ellos acaban siendo traducibles y expresables en un lenguaje que unifica. La teoría de conjuntos actual es ejemplo de ello. Es este tercer nivel el que refleja, pero nunca agota, las relaciones de necesidad del nivel 1, por medio de la lógica formal. El rigor demostrativo deviene así un imperativo del quehacer que busca dar expresión adecuada a la existencia de los nexos entre los objetos con los que trabaja. El nivel 1 no tiene otra existencia que en tanto que pensada y representada lingüísticamente. Aquí, la verdad se llama consistencia o validez, pero no agota la totalidad de las relaciones del nivel 1. El infinito es el objeto matemático más potente, generador de posibilidades siempre nuevas de relación entre objetos conocidos o aún no nombrados. Las leyes de la lógica que rigen en el nivel 3 no agotan ese mundo de posibilidades.

Algo análogo sucede con el nivel 2, que hemos reservado para la dimensión cognoscitiva. Hablaba Leibniz desde su experiencia de hacer matemáticas, de lo

¹² La hemos desarrollado extensamente en una obra sobre Filosofía de la Matemática actualmente en preparación.

insondables que son los conceptos matemáticos, aun los aparentemente sencillos como puede ser el de «número primo»¹³. La penetración de la mente en las posibilidades del universo matemático puede ser extraordinariamente sutil, y aun así ofrecer resultados que otros hayan de corregir. La magistral obra de Lakatos, *Proofs and Refutations* (1975) ha puesto de manifiesto esta dimensión falible del conocimiento matemático en la etapa en que las teorías no han logrado aún madurez suficiente.

Entendemos por todo ello que el reconocimiento de un conocimiento falible en las etapas de gestación de las teorías no impide el reconocimiento, a su vez, de una necesidad existente en el universo matemático, que encuentra su objetivación, aunque incompleta, en la consistencia requerida en los sistemas matemáticos expresados en lenguaje. Esta visión nuestra nos lleva a desplazar la certeza de lugar. Más que contemplarla como característica del conocimiento matemático, preferimos mirarla como condición de posibilidad del quehacer mismo, al modo, si se nos permite la analogía libre, como la libertad es condición de posibilidad de la moralidad en la Razón Práctica Kantiana. La certeza remite a la necesidad que liga los objetos en el universo matemático, a la no arbitrariedad del sistema de relaciones que los configuran.

Queda, para terminar, un punto importante. La verdad de la Matemática, ¿puede ser entendida no sólo en términos de consistencia y de utilidad, sino también en términos de correspondencia? Pensamos que en un cierto sentido, sí. Las formas matemáticas griegas, y otras en la Historia, surgieron como fruto de la interacción de la razón con la Naturaleza en ese intento siempre permanentemente de la racionalidad de crear instrumentos que reduzcan la complejidad y en su lugar aparezca orden y armonía.

La relación racionalidad-Naturaleza resulta ser así la base fundante de la Matemática misma, que, sin embargo, como creación de la razón, mantiene un orden epistemológico propio e irreductible al de las ciencias empíricas.

¹³ Cfr. LEIBNIZ, W.: *Nuevos Ensayos sobre el entendimiento humano*, Editora Nacional, 1987, p. 181. Puede verse un breve estudio nuestro sobre el tema: «Falibilismo y certeza en Leibniz», en *Homenaje a A. Dou*, I. Díez y J. M.º Vegas (eds.), Universidad Complutense de Madrid, 1990.